Муниципальное казенное образовательное учреждение
«Акушинская средняя общеобразовательная школа № 2»
МО «Акушинский район»

Конспект урока по алгебре

«Приемы решения целых уравнений»

Провела – учитель математики

Муртазалиева Зубалжат Гасангаджиевна

Акуша 2017г.

Урок алгебры в 9 классе

Тема: Приемы решения целых уравнений

Цель: расширение и углубление знаний обучающихся по решению целых уравнений с одной переменной высших степеней

Задачи урока:

учебная**:** систематизация и обобщение,; подготовка учащихся к применению знаний в нестандартной ситуации.

развивающая: развитие личности обучающегося через самостоятельную творческую работу, развитие инициативы обучающихся; обеспечивать устойчивую мотивационную среду, интерес к изучаемой теме; развивать умение обобщать, правильно отбирать способы решения уравнения;

воспитательная: развитие интереса к изучению математики, подготовка обучающихся к применению знаний в нестандартной ситуации; воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.

План урока:

Организационный момент.

Мотивация изучения темы.

Актуализация знаний – блиц - опрос по теме «Целые уравнения»

Систематизация и обобщение знаний – сообщения обучающихся о стандартных приемах решения уравнений.

Самостоятельная работа.

Расширение и углубление знаний – сообщение учителя о нестандартных приемах решения уравнений.

Домашнее задание: примеры на осмысление, закрепление новых знаний.

Ход урока:

1.Организационный момент – ставятся цели и задачи урока.

- Ребята! Вам предстоит итоговая аттестация по математике. Чтобы успешно сдать экзамен, вы должны знать математику не только на минимальном уровне, но и применить ваши знания в нестандартных ситуациях. В заданиях ГИА и ЕГЭ часто встречаются уравнения высших степеней. Наша задача: систематизация и обобщение, расширение и углубление знаний по решению целых уравнений с одной переменной выше второй степени; подготовка к применению знаний в нестандартной ситуации.

Уравнение - это самая простая и распространенная математическая задача. Вы накопили некоторый опыт решения разнообразных уравнений и нам нужно привести свои знания в порядок, разобраться в приемах решения нестандартных уравнений.

Уравнения сами по себе представляют интерес для изучения. Самые ранние рукописи свидетельствуют о том, что в Древнем Вавилоне и Древнем Египте были известны приемы решения линейных уравнений. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет назад до н.э. вавилоняне.

Стандартные приемы и методы решения элементарных алгебраических уравнений являются составной частью решения всех типов уравнений.

В простейших случаях решение уравнения с одним неизвестным распадается на два шага: преобразование уравнения к стандартному и решение стандартного уравнения. Полностью алгоритмизировать процесс решения уравнений нельзя, однако полезно запомнить наиболее употребительные приемы, общие для всех типов уравнений. Многие уравнения при применении нестандартных приемов решаются гораздо короче и проще.

2. Мотивация изучения темы.

Предлагаются задания повышенной трудности из учебника алгебры и заданий ГИА. (написать на доске).

1) $x^2 - 6|x| + 8 = 0$ 2) $x^5 + 2x + 1 = 0$

3) $x^5 + x^3 + 2x - 4 = 0$ 4) $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$

5) $2x^4 + x^3 - 6x^2 + x + 2 = 0$ 6) $(x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2$

Для уравнений высшей степени известны формулы корней, но они очень сложные. Иногда приходится решить, применяя специальные приемы.

3.Актуализация знаний.

Блиц-опрос -подготовка учащихся к работе на уроке путем повторения основного теоретического материала.

4. После написания работы, происходит повторение материала, изучаемого на предыдущем уроке:

Виды целых уравнений и способы решения уравнений 1-ой и 2-ой степени

Уравнения 1-ой степени решаются с помощью арифметических операций, уравнения 2-ой степени – с помощью формул корней.

Вспомним методы решения уравнений.

****Метод разложения на множители***.

Если уравнение равносильными преобразованиями можно привести к виду $f(x)\cdot q(x)=0$, то $f(x)=0$ или $q(x)=0$.

****Введение новой переменной***.

Заменим некоторое выражение в уравнении новой переменной и получим более простое уравнение относительно новой переменной. Находим эту переменную и вычислим корни исходного уравнения.

****Графический способ***.

Рассмотрим уравнение $f(x)=q(x)$. Строим в одной системе координат графики функций $y = f(x)$ и $y = q(x)$. Абсциссы точек пересечения этих графиков являются корнями уравнения. Но этот способ не обеспечивает высокую точность.

* **Теорема, обратная теореме Виета**: $x^2+px+q=0$, $x_1+x_2 = -p$ и $x_1 \cdot x_2 = q$.

$ax^2+bx+c=0$; $x_1+x_2=-b/a$ и $x_1+x_2=c/a$

*Решая квадратные уравнения, много тратится времени, работая по алгоритму. Но, **используя свойства коэффициентов**, можно упростить решение.

$ax^2+вx+c=0,\ a+в+c=0$, то один из корней равен 1, а другой равен c/a;

$ax^2+вx+c=0,\ a-в+c=0$, то один из корней равен -1, а другой равен -c/a

5. Самостоятельная работа обучающего характера (на 3-4 минуты) Проверить решения уравнений можно организовать с помощью слайдов

Углубление и расширение знаний – ознакомление обучающихся с нестандартными приемами решения уравнений.

Возвратимся к ранее предложенным заданиям. Есть много интересных методов решения уравнений. Не следует думать, что любое нестандартное уравнение труднее для решения, чем стандартное.

При решении уравнений высших степеней иногда применяется процедура угадывания хотя бы одного корня. Угаданный корень позволяет понизить степень многочлена на единицу, дальше достаточно выполнить деление уголком. Для нахождения корней многочлена полезно знать теорему о целых корнях уравнения:

<u>**Пример**</u> **Доказать, что уравнение $2x^4 - 2x^3 - x + 1 = 0$ не имеет целых корней. Целыми корнями могут быть делители свободного члена -1,1. Непосредственной проверкой убеждаемся, что ни одно из них не годится.**

Использование свойств функций.

Вспомним свойства возрастающей и убывающей функций.

Функция называется возрастающей на некотором промежутке, если произвольному большему значению аргумента из этого промежутка соотв. большее значение функции.

Функция называется убывающей на некотором промежутке, если произвольному большему значению аргумента из этого промежутка соответствует меньшее значение функции.

Свойство 1. Если $y = g(x)$ – монотонно возрастает на промежутке I и $y = f(x)$ – монотонно возрастает на промежутке I, то $y = g(x)+f(x)$ – монотонно возрастает на промежутке I.

Свойство 2. Если $y = f(x)$ возрастает (убывает) на промежутке I, то уравнение $f(x) = a$ имеет на I не более одного корня.

Свойство 3. Если $y = f(x)$ возрастает на I, а $y = g(x)$ убывает на I, то уравнение $f(x) = g(x)$, имеет не более одного корня.

<u>**Пример**</u> **Решите уравнение: $x^5 + x^3 + 2x - 4 = 0$.**

Решение: Функция $f(x) = x^5 + x^3 + 2x - 4$ возрастает как сумма трех возрастающих функций $y = x^5$, $y = x^3$ и $y = 2x-4$ на R. Тогда уравнение $f(x) = 0$ имеет не более одного корня. Вспомним правило: все целые корни многочлена P(x) с целыми коэффициентами содержатся среди делителей свободного члена.

Испытывая делители свободного члена, находим, что $x=1$.

Других целых корней у уравнения нет.

<u>**Пример**</u> **Решить уравнение $x^5 + 2x - 3 = 0$**

Представим в виде $x^5 = -2x + 3$.

Функция $y = x^5$ –возрастающая, а функция $y = -2x + 3$ – убывающая на Д(у), значит уравнение имеет не более одного корня. Угадываем корень $x = 1$.

3) свойство четности функции: график четной функции $f(-x) = f(x)$ симметричен относительно оси ординат. При решении уравнения достаточно найти его неотрицательные корни, остальные восстановить по соображению симметрии.

Пример. $x^2 - 6|x| + 8 = 0$. Найти произведение корней.

$y = x^2 - 6|x| + 8$ - четная функция. Решим уравнение для неотрицательных x.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $x_1 = 2$ и $x_2 = 4$ (оба корня годятся). По соображениям симметрии

$x_3 = -2$ и $x_4 = -4$. Произведение корней $-2\cdot 2\cdot(-4)\cdot 4 = 64$ Ответ. 64.

Возвращаемся к ранее предложенным заданиям.

4. Найти сумму корней уравнения **$(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$**

Здесь мы видим симметрию левой части $1+5=2+4$.

Произведение 1 и 4, 2 и 3 множителей заменим квадратными трехчленами

$(x^2+6x+5)(x^2+6x+8) = 40$. Вводим новую перемену $y = x^2+6x+5$ и получим квадратное уравнение относительно у: $y^2+3y - 40 =0$. Находим корни этого уравнения и корни исходного уравнения. Ответ. -6

$(x+2)(x+3)(x+8)(x+12) = 4x^2$

$2\cdot 12 = 3\cdot 8$

Произведение 1 и 4, 2 и 3 множителей заменим квадратными трехчленами $(x^2 + 14x + 24)(x^2 + 11x +24)= 4x^2$. Обе части уравнения разделим на $x^2\neq 0$ и получим уравнение $(x+24/x +14)(x+24/x +11)=4$. Пусть $x+24/x=y$, тогда $(y+14)(y+11)=4$,

Получим квадратное уравнение $y^2+25y+150=0$. (закончить дома).

Найти произведение корней уравнения $2x^4+x^3-6x^2+x+2=0$

Это возвратное уравнение

Разделим обе части уравнения на $x^2\neq 0$. $2x^2+x - 6 +1/x+2/(x^2)=0$.

Сгруппируем $2(x^2+1/(x^2))+(x+1/x) -6=0$. вводим новую переменную $y=x+1/x$ и получим уравнение $2(y^2-2)+y -6=0$, $2y^2 +y-10=0$.

Находим корни этого уравнения и корни исходного уравнения (закончить дома) Ответ. 1.

Итоги урока.

Есть еще много приемов решения целых уравнений высших степеней: метод выделения полного квадрата и искусственные приемы.

Основные способы: (учащиеся записывают в тетрадях).

Для каждого уравнения назовите соответствующий метод решения

1) $-3x^7-2x +5=0$

2) $(x^2+3x)^2+2(x^2+3x) -120=0$

3) $x^3+x - 4=0$

4) $x^2 - |10x| +21=0$

5) $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)=945$

6) $27x^2 - 9x - 18=0$

7) $(x^2+x+6)(x^2+x-4)=144$

8) $x^5 - x^4-2x^3+2x^2-3x +3=0$

9) $2x^4 +x^3- 3x^2+x +2=0$.

10) $x^2+11x + 28=0$.

Ответ. Уравнения – способ.

1 – 5,6;	**6 – 2;**
2 – 4;	**7 – 4;**
3 – 5,6;	**8 – 3;**
4 – 7;	**9 – 8;**
5 – 9;	**10 – 1,6**

8. Домашнее задание.

Решите уравнение, выбирая подходящий метод

$x^8 - 17x^4+16=0$

$x^3-6x^2+11x-6=0$

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) -15=0$

$(x+4)(x-2)(x+5)(x-10)+54x^2=0$

$x^4+2x^3 - 6x^2+2x+1=0$. $x^3+2x-1=0$

$ax^4+bx^2+c=0$

$x^2=t$

$at^2+bt+c=0$

$ax+b=0$

$ax=-b$

$x=-b:a$

Целые уравнения
линейные
квадратные
биквадратные
степени
больше 2

разложить на
множители

$a\cdot b=0$

если

$a=0$ или $b=0$